ỦY BAN NHÂN DÂN XÃ MINH THÁI

TRƯỜNG THCS TRỰC ĐẠI

BẢN MÔ TẢ SÁNG KIẾN

PHÁT TRIỂN TƯ DUY CHO HỌC SINH THÔNG QUA BÀI TOÁN VỀ TAM GIÁC NHỌN CÓ CÁC ĐƯỜNG ĐỒNG QUY TRONG MÔN HÌNH HỌC LỚP 8

Lĩnh vực / cấp học: Toán (02)/THCS

Tác giả: Phạm Dũng Khuê.

Chức vụ: Tổ phó tổ khoa học tự nhiên.

Đơn vị công tác: Trường THCS Trực Đại,

xã Minh Thái, tỉnh Ninh Bình.

Minh Thái, ngày 24 tháng 3 năm 2026

BẢN MÔ TẢ SÁNG KIẾN

I. Thông tin chung

1. Tên tác giả

TT	Họ và tên	Ngày tháng năm sinh	Trình độ chuyên môn	Chức vụ	Nơi công tác	Điện thoại	Tỷ lệ % đóng góp vào việc tạo ra sáng kiến *(ghi rõ đối với từng đồng tác giả)*	Chữ ký của tác giả, đồng tác giả
1	Phạm Dũng Khuê	17/9/1976	Đại học Sư Phạm	Tổ phó tổ KH TN	Trường THCS Trực Đại	0917 395 454	100 %	

Tên sáng kiến: Phát triển tư duy cho học sinh thông qua bài toán về tam giác nhọn có các đường đồng quy trong môn Hình Học lớp 8.

2. Lĩnh vực áp dụng: Toán (02)/THCS.

3. Ngày sáng kiến được áp dụng lần đầu hoặc áp dụng thử: Từ 15 tháng 12 năm 2024 đến nay.

II. Phần mở đầu

Môn Toán ở trung học cơ sở có một vai trò rất quan trọng, một mặt môn học phát triển hệ thống hóa kiến thức, kỹ năng và thái độ mà học sinh đã lĩnh hội, mặt khác môn học góp phần chuẩn bị những kiến thức, kỹ năng và thái độ cần thiết để học sinh tiếp tục lên trung học phổ thông, trung học chuyên nghiệp, học nghề hoặc đi vào các lĩnh vực lao động sản xuất đều đòi hỏi những hiểu biết nhất định về toán học. Bên cạnh đó, Toán học còn có mối quan hệ gắn bó chặt chẽ và tác động qua lại với các môn khoa học khác. Nhiều kiến thức, kĩ năng đạt được qua môn Toán là cơ sở cho việc học tập tốt một số môn học khác như: Vật lý, Hoá học, Sinh học, Địa lí, Công nghệ …

Vì vậy việc giảng dạy môn Toán ở các trường THCS nói chung và môn Toán lớp 8 nói riêng là một vấn đề hết sức quan trọng. Đặc biệt dạy toán hướng tới đối tượng học sinh Khá, Giỏi, đòi hỏi giáo viên phải hình thành cho học sinh những kiến thức cơ bản, gợi mở cho học sinh tìm tòi các phương pháp giải bài toán để phát huy tính tích cực của học sinh, mở rộng tầm suy nghĩ.

Trong chương trình Toán lớp 8 cụ thể là phân môn Hình học, học sinh được học về tam giác đồng dạng, tam giác có các đường cao, các đường phân giác, các đường trung tuyến, các đường trung trực, ... Đây là phần kiến thức có tính ứng dụng thực tế cao, có nhiều dạng bài tập đòi hỏi học sinh phải vận dụng đa dạng nhiều kiến thức hình học của bậc trung học cơ sở. Những bài tập về tam giác đồng dạng, tam giác có các đường đồng quy góp phần phát triển tư duy logic, khả năng sáng tạo, vận dụng linh hoạt các kiến thức đã học của học sinh. Có nhiều dạng toán hình học hay và khó. Phát triển khả năng tư duy, vận dụng linh hoạt các kiến thức đã được học của học sinh thông qua việc dạy về tam giác đồng dạng, tam giác có các đường đồng quy là một nội dung kiến thức quan trọng. Thông qua đó giáo viên truyền tải cho học sinh niềm đam mê môn học, say mê với các bài toán khi cần phải tìm ra lời giải, khơi gợi, kích thích, phát triển khả năng tư duy sáng tạo của học sinh. Đồng thời qua đó giáo viên phát hiện, tuyển chọn, bồi dưỡng những học sinh năng lực, tố chất. Trong khi đó, nội dung và thời lượng về phần kiến thức này trong sách giáo khoa và sách bài tập còn rất ít, lượng bài tập chưa có sự đa dạng, những bài tập ở mức độ vận dụng cao, đòi hỏi học sinh tư duy ở mức độ cao chưa nhiều. Mặt khác trong các sách tham khảo có trình bày thì chỉ có bài tập và lời giải vắn tắt do đó học sinh rất lúng túng khi giải các bài tập về thể loại này. Thường là học sinh chưa nắm rõ cách giải, không biết trình bày như thế nào, trình bày thiếu căn cứ, lập luận không chặt chẽ. Mặt khác số học sinh có điều kiện để mua sách tham khảo không nhiều hoặc nếu có các tài liệu tham khảo các em cũng không biết cách phân tích để tóm lại cho mình những kỹ năng cần thiết để giải quyết tốt dạng toán này và đặc biệt hơn là học sinh luôn bị động trước các kiến thức cần tiếp nhận.

Chính vì thế tôi đã suy nghĩ làm thế nào để nâng cao chất lượng học tập cho học sinh, giúp học sinh học phần nào tháo gỡ được những khó khăn, vướng mắc trong quá trình học. Đồng thời giúp các em biết tư duy, phân tích, tổng hợp các kiến thức liên quan một cách có hệ thống từ đó hình thành kỹ năng giải dạng toán này, góp phần để các em tự tin hơn, đạt kết quả cao hơn trong các kỳ thi tuyển đặc biệt là đối với các kỳ thi chọn học sinh giỏi nên tôi chọn đề tài: Phát triển tư duy cho học sinh thông qua bài toán về tam giác nhọn có các đường đồng quy trong môn Hình Học lớp 8.

Xuất phát từ những kinh nghiệm có được của bản thân qua thực tế giảng dạy, từ những kiến thức mà tôi đã lĩnh hội được trong chương trình toán học và sự tìm hiểu thêm các tài liệu tham khảo. Tôi mạnh dạn nêu sáng kiến của mình để phát triển tư duy cho học sinh thông qua bài toán về tam giác nhọn có các đường đồng quy trong môn Hình Học lớp 8. Tôi hy vọng có thể giúp học sinh phát triển tư duy sáng tạo, khả năng phân tích, tổng hợp, khái quát hoá qua các bài tập góp phần nhỏ nâng cao hiệu quả giờ học, buổi học của học sinh.

III. Phần nội dung

1. Mô tả giải pháp đã biết

1.1. Đối với giáo viên

- Xây dựng được cơ sở lý thuyết về định nghĩa tam giác đồng dạng, các trường hợp đồng dạng của tam giác, định lí Talet, định lí đảo, hệ quả của định lí Talet, tính chất các đường đồng quy trong tam giác,...

- Tuyển chọn, phân loại, phát triển được các bài tập cơ bản từ dễ đến khó và nêu lên hướng chính giải từng bài.

1.2. Đối với học sinh

- Hiểu được bản chất của định nghĩa tam giác đồng dạng, các trường hợp đồng dạng của tam giác, định lí Talet, định lí đảo, hệ quả của định lí Talet, tính chất các đường đồng quy trong tam giác,...

- Nhận dạng được từng loại bài toán, vận dụng sáng tạo phương pháp giải vào từng bài cụ thể, từ dễ đến khó.

- Bước đầu ứng dụng được các bài toán vào đời sống.

2. Nội dung các giải pháp mới; tính mới, tính sáng tạo; hiệu quả áp dụng, khả năng nhân rộng của sáng kiến

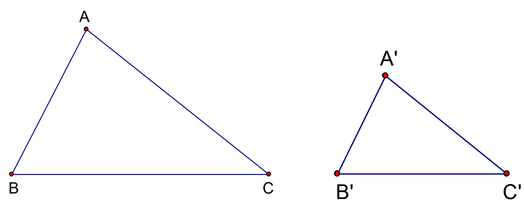
2.1 Nội dung các giải pháp mới:

A. LÍ THUYẾT TRỌNG TÂM

1. Khái niệm tam giác đồng dạng:

$$\Delta ABC \backsim \Delta A'B'C'$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} A = A'; B = B'; C = C' \\ \dfrac{AB}{A'B'} = \dfrac{BC}{B'C'} = \dfrac{AC}{A'C'} \end{cases}$$



2. Các trường hợp đồng dạng của tam giác:

a) Trường hợp đồng dạng thứ nhất: .

ΔABC và $\Delta A'B'C'$ có: $\dfrac{AB}{A'B'} = \dfrac{BC}{B'C'} = \dfrac{AC}{A'C'}$ thì $\Delta ABC \backsim \Delta A'B'C'$ (c.c.c)

b) Trường hợp đồng dạng thứ hai:

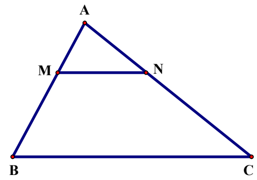
ΔABC và $\Delta A'B'C'$ có: $A = A'; \dfrac{AB}{A'B'} = \dfrac{AC}{A'C'}$ thì $\Delta ABC \backsim \Delta A'B'C'$ (c.g.c)

c) Trường hợp đồng dạng thứ ba:

ΔABC và $\Delta A'B'C'$ có: $A = A'; B = B'$ thì $\Delta ABC \backsim \Delta A'B'C'$ (g.g)

3. Định lý Thalès trong tam giác

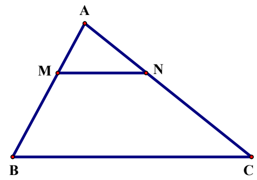
3.1. Định lý thuận: Nếu một đường thẳng cắt hai cạnh của một tam giác và song song với cạnh còn lại thì nó định ra trên hai cạnh đó những đoạn thẳng tương ứng tỉ lệ.



ΔABC có $MN \,//\, BC$ ($M \in AB$; $N \in AC$) thì:

$$\frac{AM}{AB}=\frac{AN}{AC};\ \frac{MB}{AB}=\frac{NC}{AC};\ \frac{AM}{MB}=\frac{AN}{NC}.$$

3.2. Định lý đảo: Nếu một đường thẳng cắt hai cạnh của tam giác và định ra trên hai cạnh này những đoạn thẳng tương ứng tỉ lệ thì đường thẳng đó song song với cạnh còn lại của tam giác.



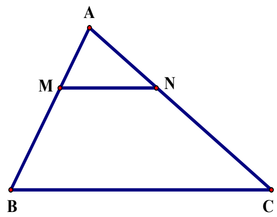
ΔABC có:

$$\frac{AM}{AB}=\frac{AN}{AC} \text{ hoặc } \frac{MB}{AB}=\frac{NC}{AC} \text{ hoặc } \frac{AM}{MB}=\frac{AN}{NC}$$

$$(M \in AB; N \in AC)$$

thì $MN \,//\, BC$.

3.3. Hệ quả: Nếu một đường thẳng cắt hai cạnh của tam giác và song song với cạnh còn lại thì nó tạo thành một tam giác mới có ba cạnh tương ứng tỉ lệ với ba cạnh của tam giác đã cho.



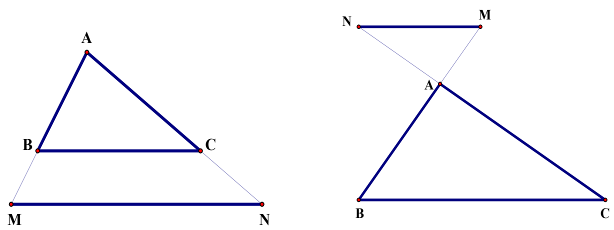
$\Delta\ ABC$ có $MN \,//\, BC$ ($M \in AB$; $N \in AC$) thì:

$$\frac{AM}{AB}=\frac{AN}{AC}=\frac{MN}{BC}.$$

*) *Chú ý*: Hệ quả trên vẫn đúng trong trường hợp đường thẳng MN song song với một cạnh của tam giác và cắt phần kéo dài của hai cạnh còn lại (hình vẽ).

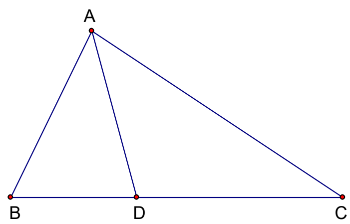
ΔABC có $MN \,//\, BC$ ($M \in AB$; $N \in AC$)

thì: $\dfrac{AM}{AB}=\dfrac{AN}{AC}=\dfrac{MN}{BC}$

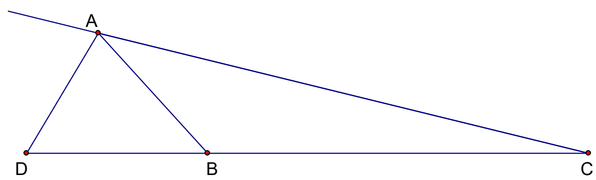


4. *Tính chất đường phân giác của tam giác*

ΔABC có AD là phân giác của góc BAC thì $\dfrac{DB}{DC}=\dfrac{AB}{AC}$



*) *Chú ý*: Tính chất này vẫn được áp dụng trong trường hợp AD là phân giác ngoài của tam giác AB



B. BÀI TOÁN CƠ BẢN

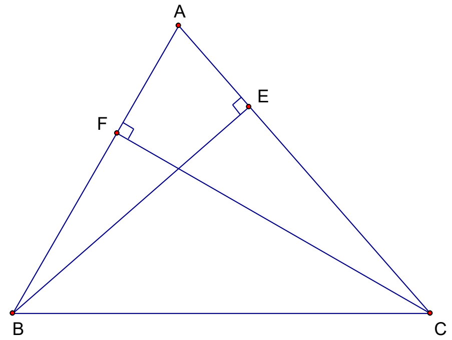
1. Bài toán 1: Cho ΔABC nhọn có BE và CF là hai đường cao ($E \in AC$, $F \in AB$). Chứng minh rằng: $AE \,.\, AC = AF \,.\, AB$.

Bài giải

Vì BE và CF là hai đường cao của ΔABC (gt) nên: $\widehat{AEB} = \widehat{AFC} = 90^0$

Xét ΔAEB và ΔAFC có:

$\widehat{FAE}$ chung; $\widehat{AEB} = \widehat{AFC}$ (chứng minh trên)



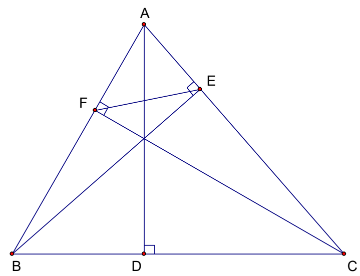
Suy ra $\Delta AEB \backsim \Delta AFC$ (g.g).

Do đó: $\dfrac{AE}{AF} = \dfrac{AB}{AC}$

Vậy: $AE \,.\, AC = AF \,.\, AB$.

****) Nhận xét:***

- Khi chứng minh một đẳng thức tích hình học, ta có thể chứng minh một đẳng thức khác, đẳng thức này được tạo bởi hai tỉ số bằng nhau thông qua việc chứng minh hai tam giác đồng dạng.



- Hai góc BEC và BFC có số đo bằng nhau, hai góc này cùng nhìn xuống cạnh BC, hai cạnh BF và CE cắt nhau tại A (như hình vẽ) thì ta luôn có:

$$AE \,.\, AC = AF \,.\, AB.$$

- Từ kết quả của bài toán trên với hình vẽ trên ta rút ra được:

$$BF \,.\, BA = BD \,.\, BC \text{ và } CE \,.\, CA = CD \,.\, CB$$

- Ta có thể phát triển tiếp bài toán như sau:

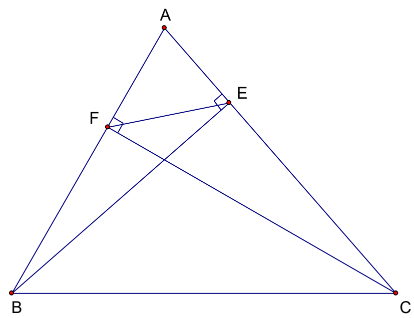
2. Bài toán 2: Cho ΔABC nhọn có BE và CF là hai đường cao ($E \in AC$, $F \in AB$). Chứng minh ΔAEF đồng dạng với ΔABC.

Bài giải

Vì BE và CF là hai đường cao của ΔABC (gt) nên: $\widehat{AEB} = \widehat{AFC} = 90^0$

Xét ΔAEB và ΔAFC có:

$\widehat{FAE}$ chung; $\widehat{AEB} = \widehat{AFC}$ (chứng minh trên)



Suy ra $\Delta AEB \backsim \Delta AFC$ (g.g).

Do đó: $\dfrac{AE}{AF} = \dfrac{AB}{AC}$ hay $\dfrac{AE}{AB} = \dfrac{AF}{AC}$

Xét ΔAEF và ΔABC có:

FAE chung; $\dfrac{AE}{AB} = \dfrac{AF}{AC}$ (chứng minh trên)

Suy ra $\Delta AEF \backsim \Delta ABC$ (c.g.c).

**) Nhận xét:*

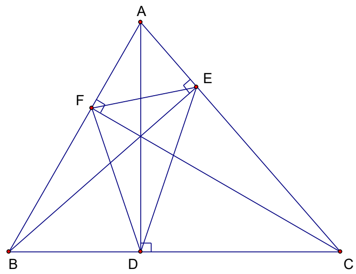
- Ở bài toán này khi chứng minh hai tam giác đồng dạng ta đã vận dụng trường hợp đồng dạng thứ hai và thứ ba và đặc biệt là nhận biết được:

$AF \,.\, AB = AE \,.\, AC$ từ bài toán 1.

- Từ kết quả của bài toán này với hình vẽ bên ta rút ra được:

$\Delta BDF \backsim \Delta BAC$ và $\Delta CED \backsim \Delta CBA$.

- Ta có thể phát triển tiếp bài toán như sau:



3. Bài toán 3: Cho ΔABC nhọn có BE, CF, AD là các đường cao ($E \in AC$, $F \in AB$, $D \in BC$). Chứng minh EB là phân giác của góc FED.

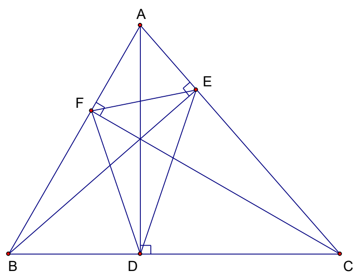
Bài giải

Vì BE và CF là hai đường cao của ΔABC (gt) nên: $AEB = AFC = 90^0$

Xét ΔAEB và ΔAFC có:

FAE chung; $AEB = AFC$ (chứng minh trên)

Suy ra $\Delta AEB \backsim \Delta AFC$ (g.g).



Do đó: $\dfrac{AE}{AF} = \dfrac{AB}{AC}$ hay $\dfrac{AE}{AB} = \dfrac{AF}{AC}$

Xét ΔAEF và ΔABC có:

FAE chung; $\dfrac{AE}{AB} = \dfrac{AF}{AC}$ (chứng minh trên)

Suy ra $\Delta AEF \backsim \Delta ABC$ (c.g.c).

Do đó: $FEA = ABC$ (1)

Tương tự: $CED = ABC$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra $FEA = CED$ (3)

Lại có: $FEA + FEB = 90^0$ (4)

$CED + DEB = 90^0$ (5)

Từ (3), (4) và (5) suy ra $FEB = DEB$

Vậy EB là phân giác của góc FED.

**) Nhận xét:*

- Qua bài toán trên ta chứng minh được FC là phân giác của góc DFE và DA là phân giác của FDE.

- *Ta có thể phát triển bài toán trên như sau:*

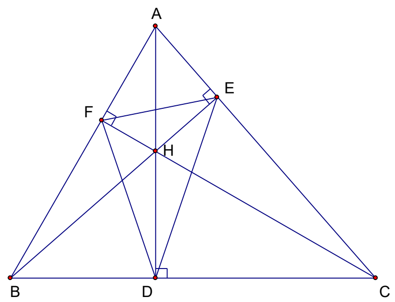
4. Bài toán 4: Cho ΔABC nhọn có BE, CF, AD là các đường cao cắt nhau tại H ($E \in AC$, $F \in AB$, $D \in BC$). Chứng minh H cách đều ba cạnh của ΔDEF.

Bài giải

Vì BE và CF là hai đường cao của ΔABC (gt) nên: $AEB = \ AFC \ = 90^0$

Xét ΔAEB và ΔAFC có:

FAE chung; $AEB = \ AFC$ (chứng minh trên)



Suy ra ΔAEB □ ΔAFC (g.g).

Do đó: $\dfrac{AE}{AF} = \dfrac{AB}{AC}$ hay $\dfrac{AE}{AB} = \dfrac{AF}{AC}$

Xét ΔAEF và ΔABC có:

FAE chung; $\dfrac{AE}{AB} = \dfrac{AF}{AC}$ (chứng minh trên)

Suy ra ΔAEF □ ΔABC (c.g.c).

Do đó: $FEA = ABC$ (1)

Tương tự: $CED = ABC$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra $FEA = CED$ (3)

Lại có: $FEA + FEB = 90^0$ (4)

$CED + DEB = 90^0$ (5)

Từ (3), (4) và (5) suy ra $FEB = DEB$

Suy ra EB là phân giác của góc FED (6)

Tương tự: DA là phân giác của góc FDE (7)

FC là phân giác của góc EFD (8)

Từ (6), (7) và (8) suy ra H là giao điểm của ba đường phân giác trong tam giác DEF nên H cách đều ba cạnh của tam giác DEF.

**) Nhận xét:*

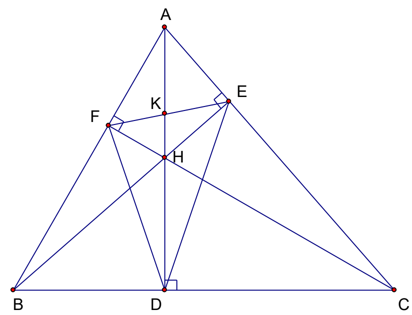
- Qua bài toán trên ta thấy giao điểm của ba đường cao trong tam giác nhọn luôn cách đều ba cạnh của tam giác có 3 đỉnh là chân của ba đường cao trong tam giác nhọn.

- Ta có thể phát triển bài toán như sau:

5. Bài toán 5: Cho ΔABC nhọn có BE, CF, AD là các đường cao cắt nhau tại H ($E \in AC$, $F \in AB$, $D \in BC$). Gọi K là giao điểm của EF và AD.

Chứng minh $AD \,.\, KH = AK \,.\, HD$.

Bài giải



Vì BE và CF là hai đường cao của ΔABC (gt) nên: $\widehat{AEB} = \widehat{AFC} = 90^0$

Xét ΔAEB và ΔAFC có:

$\widehat{FAE}$ chung; $\widehat{AEB} = \widehat{AFC}$ (chứng minh trên)

Suy ra $\Delta AEB \backsim \Delta AFC$ (g.g).

Do đó: $\dfrac{AE}{AF} = \dfrac{AB}{AC}$ hay $\dfrac{AE}{AB} = \dfrac{AF}{AC}$

Xét ΔAEF và ΔABC có:

$\widehat{FAE}$ chung; $\dfrac{AE}{AB} = \dfrac{AF}{AC}$ (chứng minh trên)

Suy ra $\Delta AEF \backsim \Delta ABC$ (c.g.c).

Do đó: $\widehat{FEA} = \widehat{ABC}$ (1)

Tương tự: $\widehat{CED} = \widehat{ABC}$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra $\widehat{FEA} = \widehat{CED}$ (3)

Lại có: $\widehat{FEA} + \widehat{FEB} = 90^0$ (4)

$\widehat{CED} + \widehat{DEB} = 90^0$ (5)

Từ (3), (4) và (5) suy ra $\widehat{FEB} = \widehat{DEB}$

Suy ra EB là phân giác của góc FED nên theo tính chất đường phân giác của tam giác ta có: $\dfrac{HK}{HD} = \dfrac{EK}{ED}$ (6)

Vì EB là phân giác của góc FED và $AE \perp EB$ nên EA là phân giác ngoài tại đỉnh E của ΔKED, do đó theo tính chất đường phân giác của tam giác ta có: $\dfrac{AK}{AD} = \dfrac{EK}{ED}$ (7)

Từ (6) và (7) suy ra $\dfrac{HK}{HD} = \dfrac{AK}{AD}$.

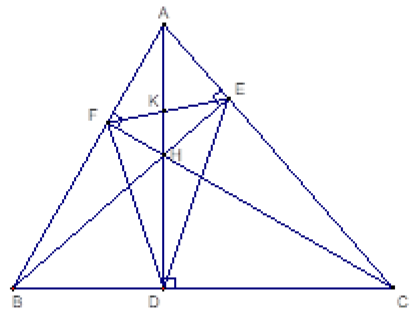
Vậy: $AD \,.\, HK = HD \,.\, AK$.

6. Bài toán 6: Cho ΔABC nhọn có BE, CF, AD là các đường cao ($E \in AC$, $F \in AB$, $D \in BC$). Chứng minh $AF \,.\, AB + CD \,.\, CB = AC^2$.

Bài giải

Vì BE và CF là hai đường cao của ΔABC (gt) nên: $\widehat{AEB} = \widehat{AFC} = 90^0$

Xét ΔAEB và ΔAFC có:



$\widehat{FAE}$ chung; $\widehat{AEB} = \widehat{AFC}$ (chứng minh trên)

Suy ra $\Delta AEB \backsim \Delta AFC$ (g.g).

Do đó: $\dfrac{AE}{AF} = \dfrac{AB}{AC}$.

Suy ra $AF \,.\, AB = AE \,.\, AC$ (1)

Tương tự : $CD \,.\, CB = CE \,.\, CA$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra: $AF \,.\, AB + CD \,.\, CB = AE \,.\, AC + CE \,.\, AC$

$= AC\,(AE + CE)$

$= AC \,.\, AC = AC^2$.

**) Nhận xét:*

- Qua bài toán trên ta rút được:

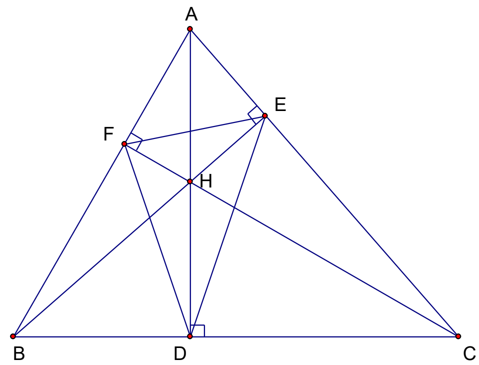
$BF \,.\, BA + CE \,.\, CA = BC^2$

$AE \,.\, AC + BD \,.\, BC = AB^2$

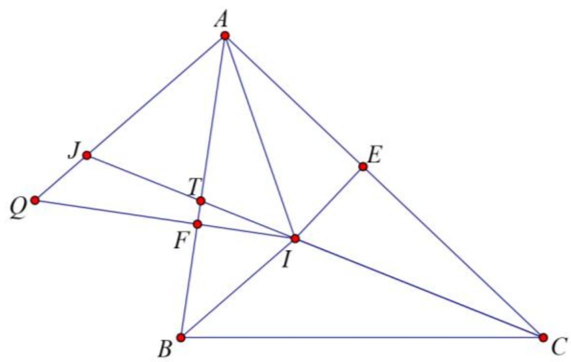
$BH \,.\, BE + CH \,.\, CF = BC^2$

$CH \,.\, CF + AH \,.\, AD = AC^2$

$AH \,.\, AD + BH \,.\, BE = AB^2$



7. Bài toán 7: Cho ΔABC nhọn, I là giao điểm các đường phân giác trong của ΔABC. Từ I kẻ IE, IF vuông góc với AC, AB thứ tự tại E, F. Gọi giao điểm của CI với AB là T. Chứng minh $\dfrac{TA}{TB}.\dfrac{FA}{FB} = \dfrac{IA^2}{IB^2}$.



Hướng giải

Từ A kẻ đường thẳng d song song với BI.

Gọi giao điểm của d với IF và IT thứ tự là Q và J.

Vì $AQ \,//\, BI$ nên theo hệ quả của định lý Thalès ta có: $\dfrac{FA}{FB} = \dfrac{AQ}{IB}$ (1).

Vì $AJ \,//\, BI$ nên theo hệ quả của định lý Thalès ta có: $\dfrac{TA}{TB} = \dfrac{AJ}{IB}$ (2).

Từ (1) và (2) được: $\dfrac{FA}{FB}.\dfrac{TA}{TB}=\dfrac{AQ}{IB}.\dfrac{AJ}{IB}=\dfrac{AQ.AJ}{IB^2}(3)$.

Lại có: $AIT = IAC + ICA$ (tính chất góc ngoài của tam giác)

$AIT=\dfrac{1}{2}BAC+\dfrac{1}{2}BCA$ (tính chất tia phân giác của một góc)

$AIT=\dfrac{1}{2}(180^0-ABC)=\dfrac{1}{2}(180^0-2ABI)$

$AIJ = 90^0 - ABI = FIB$

Mà $AQI = FIB$ (so le trong) nên $AIJ = AQI$

Xét ΔIAJ và ΔQAI có:

$AIJ = AQI$

IAQ là góc chung

Do đó $\Delta IAJ \backsim \Delta QAI$ (g.g)

Suy ra $\dfrac{IA}{QA}=\dfrac{AJ}{IA}$ nên $AQ.AJ = IA^2$ (4)

Từ (3) và (4) được: $\dfrac{TA}{TB}.\dfrac{FA}{FB}=\dfrac{IA^2}{IB^2}$

Ta có thể phát triển bài toán này như sau:

8. Bài toán 8: Cho ΔABC nhọn, I là giao điểm các đường phân giác trong của ΔABC. Từ I kẻ IE, IF, ID vuông góc với AC, AB, BC thứ tự tại E, F, D. Gọi giao điểm của CI với AB là T.

a) Chứng minh $\dfrac{TA}{TB}.\dfrac{FA}{FB}=\dfrac{IA^2}{IB^2}$.

b) Qua I kẻ đường thẳng vuông góc với IB, cắt AB tại P. Qua A kẻ đường thẳng song song với BC, cắt DF tại K. Chứng minh ba điểm C, K, P thẳng hàng.

Hướng giải

a) Từ A kẻ đường thẳng d song song với BI.

Gọi giao điểm của d với IF và IT thứ tự là Q và J.

Vì AQ // BI nên theo hệ quả của định lý Thalès ta có: $\dfrac{FA}{FB}=\dfrac{AQ}{IB}$ (1).

Vì AJ // BI nên theo hệ quả của định lý Thalès ta có: $\dfrac{TA}{TB}=\dfrac{AJ}{IB}$ (2).

Từ (1) và (2) được: $\dfrac{FA}{FB}.\dfrac{TA}{TB}=\dfrac{AQ}{IB}.\dfrac{AJ}{IB}=\dfrac{AQ.AJ}{IB^2}(3)$.

Lại có: $AIT = IAC + ICA$ (tính chất góc ngoài của tam giác)

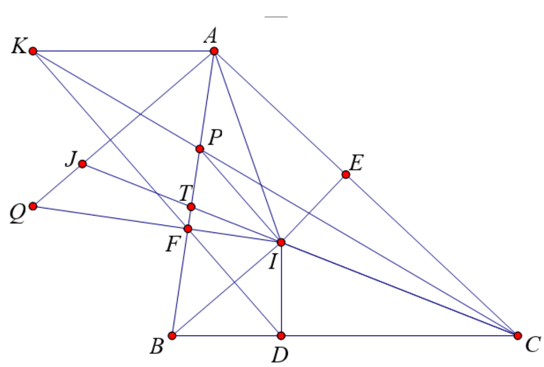
$AIT = \frac{1}{2}BAC + \frac{1}{2}BCA$ (tính chất tia phân giác của một góc)

$AIT = \frac{1}{2}(180^0 - ABC) = \frac{1}{2}(180^0 - 2ABI)$

$AIJ = 90^0 - ABI = FIB$

Mà $AQI = FIB$ (so le trong) nên $AIJ = AQI$

Xét ΔIAJ và ΔQAI có:



$AIJ = AQI$

IAQ là góc chung

Do đó $\Delta IAJ \sim \Delta QAI$ (g.g)

Suy ra $\frac{IA}{QA} = \frac{AJ}{IA}$ nên $AQ.AJ = IA^2$ (4)

Từ (3) và (4) được: $\frac{TA}{TB}.\frac{FA}{FB} = \frac{IA^2}{IB^2}$

b) Ta có: $AIC = 180^0 - (IAC + ICA)$

$AIC = 180^0 - (\frac{1}{2}BAC + \frac{1}{2}BCA)$

$AIC = 180^0 - \frac{1}{2}(BAC + BCA)$

$AIC = 180^0 - \frac{1}{2}(180^0 - ABC)$

$AIC = 90^0 + ABI$ (5)

Lại có: $API = PIB + ABI = 90^0 + ABI$ (6)

Từ (5) và (6) suy ra $API = AIC$

Xét ΔAPI và ΔAIC có:

$API = AIC$

$PAI = IAC$

Nên $\Delta API \sim \Delta AIC$ (g.g)

Do đó $\frac{PA}{AI} = \frac{AI}{AC}$ hay $PA = \frac{AI^2}{AC}$ (7)

Xét ΔBIP và ΔBFI có:

$PIB = BFI = 90^0$

$PBI = IBF$

Nên $\Delta BIP \backsim \Delta BFI$ (g.g)

Vì vậy $\dfrac{PB}{IB} = \dfrac{IB}{BF}$ hay $PB = \dfrac{IB^2}{BF}$ (8)

Từ (7) và (8) được:

$$\begin{aligned}\frac{PA}{PB} &= \frac{AI^2}{AC} : \frac{BI^2}{BF} = \frac{AI^2}{BI^2}.\frac{BF}{AC} \\ &= \frac{TA}{TB}.\frac{FA}{FB}.\frac{FB}{AC}\end{aligned}$$

Suy ra: $\dfrac{PA}{PB} = \dfrac{TA}{AC}.\dfrac{FA}{TB}$ (10)

Lại có CT là phân giác của ACB nên $\dfrac{TA}{TB} = \dfrac{AC}{BC}$

Do đó: $\dfrac{FA}{TB}.\dfrac{TA}{AC} = \dfrac{TB}{BC}.\dfrac{FA}{TB} = \dfrac{FA}{BC}$ (11)

Xét ΔFIB và ΔDIB có:

$BFI = BDI = 90^0$

$IBF = IBD$

Cạnh BI chung.

Nên $\Delta FIB = \Delta DIB$ (cạnh huyền - góc nhọn) . Suy ra: $BF = BD$

Lại thấy: $AK // BD$ nên $\dfrac{FA}{FB} = \dfrac{AK}{BD}$. Do đó $AK = AF$

Suy ra: $\dfrac{FA}{BC} = \dfrac{KA}{BC}$ (12)

Từ (10), (11) và (12) được $\dfrac{PA}{PB} = \dfrac{AK}{BC}$

Xét ΔKAP và ΔPBC có:

$KAP = PBC$ (so le trong)

$\dfrac{PA}{PB} = \dfrac{AK}{BC}$

Suy ra $\Delta KAP \backsim \Delta PBC$ (c.g.c)

Do đó $KPA = BPC$, mà $CPA + BPC = 180^0$ nên $KPA + APC = 180^0$

Vậy ba điểm C, K, P thẳng hàng.

C. BÀI TẬP VẬN DỤNG

Bài 1. Cho nhọn ΔABC, các đường cao *AD, BF, CE* cắt nhau tại *H.* Gọi *K* là trung điểm của *BC*, *P* là điểm đối xứng với *H* qua *K.* Gọi *I* là trung điểm của *AH*, *J* là giao điểm của *EF* và *AH*.

a) Chứng minh *AP* vuông góc với *EF* và $IF^2 = IJ.ID$.

b) Qua *B* kẻ đường thẳng song song với *AC* cắt *CE tại S.*

Chứng minh *KS // CJ.*

Bài 2. Cho tam giác *ABC* nhọn, có các đường cao AD, BE, CF đồng quy tại *H.* Gọi *I* là trung điểm của *AH*; *M* là trung điểm của *BC*. Gọi *K* là giao điểm của *AD* và *EF*

a) Chứng minh rằng *IM* vuông góc với *EF* và $EFC = EBC$.

b) Qua *B* kẻ đường thẳng song song với *AC* cắt *CF* tại *S*.

Chứng minh $IK.ID = IF^2$ và *SM* vuông góc với *BI*.

Bài 3. Cho tam giác ABC nhọn, các đường cao AD, BE, CF đồng quy tại H. Gọi M, I tương ứng là trung điểm của các đoạn thẳng BC, HC; đường thẳng vuông góc với AC tại C cắt HM tại J.

a) Chứng minh $FA.FB = FI^2 - EI^2$.

b) Gọi giao của các đường thẳng AM và CF là O, BO cắt AC tại K. Qua *O* kẻ đường thẳng song song với *BC* cắt MF và MK tương ứng tại P, R. Chứng minh: $BAD = CAJ$ và *O* là trung điểm của đoạn thẳng PR.

Bài 4. Cho tam giác *ABC* nhọn ($AB < AC$), các đường cao *BN* và *CM* cắt nhau tại *H.* Gọi *I* là trung điểm của *BC, K* là giao điểm của *IH* và *MN.* Qua *I* kẻ đường thẳng song song với *MN,* đường thẳng này cắt *CM* và *BN* lần lượt ở *E* và *Q.*

a) Chứng minh $BQI = ECI$.

b) Chứng minh $IQ.IE = IC^2$ và $\frac{KN}{KM} = \left(\frac{HN}{HM}\right)^2$.

c) Gọi *D* là giao điểm của *AH* với *BC, O* là giao điểm ba đường trung trực của ΔABC. Chứng minh rằng: $\frac{1}{AD.BN} + \frac{1}{BN.CM} + \frac{1}{CM.AD} \le \frac{4}{3(OA - OH)^2}$.

Bài 5. Cho hình vuông *ABCD*, trên tia đối của tia *CD* lấy điểm *M* sao cho $CM < CD$, vẽ hình vuông *CMNP* sao cho *P* nằm giữa *B* và *C, H* là giao điểm của *BM* và đường thẳng *DP,* đường thẳng *MP* cắt *BD* và *CH* lần lượt tại *K* và *Q.*

a) Chứng minh $DP.DH + MH.MB = DM^2$ và $PQ.MK = PK.MQ$.

b) Tính $S = 2025\left(\frac{PC}{BC} + \frac{PH}{DH} + \frac{PK}{MK}\right) + 2026.$

c) Lấy các điểm A', B', C', D' theo thứ tự thuộc các đoạn thẳng DB, BM, MC, CD sao cho $A'B'C'D'$ là hình chữ nhật, *O* là giao điểm của $A'C'$ và $B'D'$. Gọi *E* và *F* lần lượt là trung điểm của *DM* và *BC*. Chứng minh ba điểm *E, O, F* thẳng hàng.

Bài 6. Cho ΔABC nhọn ($AB < AC$). Gọi *E* là hình chiếu của *B* trên *AC*, *F* là hình chiếu của *C* trên *AB*. Gọi *K* và *Q* thứ tự là trung điểm của *BE* và *CF*.

a) Chứng minh $\Delta AEB \backsim \Delta AFC$ và $BAK = QAC$.

b) Từ *A* kẻ tia phân giác của góc *BAC*, tia này cắt *KQ* và *BC* thứ tự tại *N* và *M*. Chứng minh $MB.NQ = MC.NK$.

c) Từ *A* kẻ *AD* vuông góc với *BC* tại *D*. Gọi *O* là giao điểm của *EF* và *BC*. Từ *B* kẻ đường thẳng song song với *AC*, đường thẳng này cắt *AO* và *AD* thứ tự tại *I* và *G*. Chứng minh *B* là trung điểm của *IG*.

Bài 7. Cho hình chữ nhật *ABCD* có $AB = 2AD$. Gọi *H* là hình chiếu của *A* trên *BD*. Trên đoạn *BH* lấy điểm *M* sao cho $HM = HA$. Qua *M* kẻ đường thẳng vuông góc với *BH,* đường thẳng này cắt *AB* tại *N*.

a) Chứng minh $\Delta AHB \backsim \Delta DAB$ và *N* là trung điểm của của *AB*.

b) Gọi *I* là trung điểm của *CD*. Chứng minh $\Delta AMI \backsim \Delta ABC$.

c) Gọi *Q* là trung điểm của *AH*; *K* là giao điểm của *MQ* và *AD*.

Chứng minh $DK.DA = DH.DM$.

d) Gọi *E* là giao điểm của *MA* và *HK*.

Chứng minh $DK.DA + EK.EH = DE^2$.

Bài 8. Cho ΔABC nhọn ($AB < AC$) có *H* là trực tâm. Qua *H* kẻ các đường thẳng *TF; JG; LO* lần lượt song song với *BC, AC, AB* ($T \in AB$, $F \in AC$, $J \in BC$, $G \in AB$, $L \in AC$, $O \in BC$).

Chứng minh rằng: $\left(\frac{TF}{BC}\right)^2 + \left(\frac{JG}{AC}\right)^2 + \left(\frac{LO}{AB}\right)^2 > \frac{4}{3}$

Bài 9. Cho tam giác *ABC* nhọn ($AB < AC$), có các đường cao *AD, BE, CF* đồng quy tại *H*.

Chứng minh rằng $\left(\frac{AB}{HF}\right)^2 + \left(\frac{BC}{HD}\right)^2 + \left(\frac{CA}{HE}\right)^2 > 36$.

Bài 10. Cho tam giác *ABC* nhọn, có các đường cao *AD, BE, CF* đồng quy tại *H*. Chứng minh rằng $\frac{AD}{36DH} + \frac{BE}{9EH} + \frac{CF}{4FH} \geq 1$.

2.3. Khả năng nhân rộng của sáng kiến:

- Sáng kiến được tôi xây dựng và áp dụng giảng dạy đối với học sinh lớp 8A trường THCS Trực Đại trong năm học 2024-2025 và tiếp tục áp dụng với học sinh lớp 8A trường THCS Trực Đại trong năm học 2025-2026.

Kết quả: Học sinh tích cực, hứng thú, hăng say học tập và nghiên cứu sáng kiến. Đa phần học sinh lĩnh hội tốt nội dung sáng kiến, góp phần phát triển khả năng tư duy logic, năng lực sáng tạo của học sinh. Sáng kiến đã áp dụng tương đối thành công, đã khả thi.

- Sáng kiến được tôi xây dựng hướng đối tượng học sinh Khá, Giỏi nên đối tượng phù hợp nhất là đối với học sinh các lớp chọn của các trường trong xã và trong tỉnh.

2.4. Hiệu quả áp dụng, lợi ích thu được từ sáng kiến:

2.4.1. Hiệu quả về mặt khoa học:

- Nâng cao năng lực chứng minh hình học: Thay vì chứng minh 3 đường thẳng cắt nhau, học sinh vận dụng lý thuyết đã hệ thống để chứng minh nhanh chóng các bài toán phức tạp, hiểu rõ tính chất "đồng quy".

- Phát triển tư duy logic và suy luận: Sáng kiến hướng dẫn cách lập luận từ tính chất các đường đồng quy (như 3 đường cao, 3 đường phân giác) để giải quyết các vấn đề liên quan đến chứng minh hình học.

- Ứng dụng trong các bài toán đặc biệt: Sáng kiến giúp phân biệt sự khác biệt của các đường đồng quy khi áp dụng vào các tam giác nhọn đặc biệt (tam giác nhọn cân, tam giác nhọn đều).

Tóm lại*,* sáng kiến tạo ra một phương pháp tiếp cận khoa học, logic, giúp học sinh nắm vững bản chất hình học, từ đó nâng cao kết quả học tập môn Toán.

2.4.2. Hiệu quả kinh tế:

- Tiết kiệm thời gian (Chi phí thời gian): Giúp giáo viên rút ngắn thời gian soạn bài và thời gian giảng giải trên lớp nhờ phương pháp hệ thống hóa khoa học. Học sinh nắm bắt kiến thức nhanh hơn, giảm thời gian học thêm hoặc ôn tập lại những phần kiến thức hổng.

- Tiết kiệm chi phí đào tạo và tài liệu: Sáng kiến tốt có thể dùng làm tài liệu tham khảo chất lượng cho tổ chuyên môn, giúp các giáo viên khác không phải mất công đầu tư nghiên cứu từ đầu, giảm chi phí mua thêm sách tham khảo không cần thiết.

- Tăng hiệu suất học tập (Giá trị thặng dư trí tuệ): Khi học sinh nắm vững phương pháp, các em giải quyết bài tập chính xác và nhanh chóng hơn. Điều này gián tiếp tiết kiệm "ngân sách" giáo dục khi tỉ lệ học sinh đạt chuẩn và khá giỏi tăng lên, giảm tỉ lệ phải đào tạo lại hoặc phụ đạo.

- Tận dụng tối đa đồ dùng dạy học: Sáng kiến thường đi kèm với việc sử dụng hiệu quả các mô hình, phần mềm toán học (như Geogebra), giúp minh họa trực quan 3 đường đồng quy mà không cần đầu tư nhiều vào các học cụ đắt tiền, cồng kềnh.

2.4.3. Hiệu quả về mặt xã hội:

- Lan tỏa tinh thần đổi mới sáng tạo: Sáng kiến không chỉ phục vụ một lớp học mà còn trở thành tài liệu tham khảo cho đồng nghiệp trong tổ bộ môn và nhà trường. Điều này góp phần xây dựng môi trường sư phạm năng động, nơi giáo viên cùng nhau chia sẻ và cải tiến phương pháp giảng dạy.

- Xây dựng sự tự tin và thái độ tích cực cho học sinh: Khi nắm vững các quy luật logic của hình học, học sinh giải tỏa được tâm lý "sợ toán". Việc hiểu rõ bản chất 3 đường đồng quy giúp các em tự tin hơn trong giao tiếp học thuật và thảo luận nhóm, từ đó hình thành thái độ yêu thích học tập.

- Phát triển kỹ năng mềm cho học sinh: Thông qua phương pháp mới, học sinh rèn luyện được tư duy phản biện, kỹ năng giải quyết vấn đề và khả năng quan sát trực quan. Đây là những kỹ năng xã hội quan trọng giúp các em thích nghi tốt hơn với môi trường sống và làm việc trong tương lai.

- Thúc đẩy bình đẳng trong tiếp cận tri thức: Sáng kiến cung cấp một cách tiếp cận đơn giản, dễ hiểu cho một vấn đề khó (hình học phẳng). Điều này giúp các đối tượng học sinh có năng lực khác nhau đều có thể tiếp thu kiến thức, góp phần giảm khoảng cách về trình độ trong cùng một đơn vị lớp.

- Nâng cao uy tín của nhà trường và ngành giáo dục: Kết quả học tập được cải thiện và sự tiến bộ của học sinh sẽ củng cố niềm tin của phụ huynh và cộng đồng vào chất lượng giáo dục tại địa phương.

2.4.4. Các hiệu quả khác:

- Tính lan tỏa và khả năng nhân rộng: Sáng kiến có thể dễ dàng triển khai tại các lớp học khác, các trường khác có điều kiện tương đồng. Các phương pháp giải bài tập hoặc bộ câu hỏi trắc nghiệm trong sáng kiến có thể trở thành tư liệu chung cho ngân hàng đề thi của nhà trường.

- Ứng dụng thực tiễn và liên môn: Giúp học sinh thấy được ứng dụng của hình học trong thực tế, như việc xác định tâm để xây dựng các công trình (trạm tiếp sóng, công viên) sao cho cách đều các khu dân cư (tâm đường tròn ngoại tiếp), hoặc ứng dụng trong kiến trúc và thiết kế kỹ thuật.

- Chuyển đổi số trong dạy học: Nếu sáng kiến có kết hợp các phần mềm như Geogebra hay Sketchpad để mô tả các đường đồng quy, nó sẽ thúc đẩy việc ứng dụng công nghệ thông tin, giúp bài giảng sinh động và hiện đại hơn so với cách vẽ hình truyền thống trên bảng đen.

- Nâng cao năng lực nghiên cứu của giáo viên: Quá trình thực hiện sáng kiến giúp giáo viên rèn luyện kỹ năng phân tích dữ liệu, đánh giá thực trạng và tổng kết kinh nghiệm. Đây là bước đệm để giáo viên tiến tới các đề tài nghiên cứu sư phạm ứng dụng cao hơn.

IV. Phần kết luận

Trên đây là một số bài toán mà tôi đã phát triển được tư duy cho học sinh thông qua bài toán về tam giác nhọn có các đường đồng quy trong môn Hình Học lớp 8.

Trong sáng kiến kinh nghiệm này, tôi đã cố gắng phân loại các bài toán một cách cụ thể. Trong mỗi phần, mỗi bài tôi cũng đã có gắng nêu lên những cách giải cơ bản, những kiến thức cần thiết. Thông qua đó tôi thấy được rằng chuyên môn của bản thân cũng vững vàng thêm, tự tin hơn khi gặp dạng toán này.

Trong qua trình vận dụng kinh nghiệm này vào giảng dạy, tôi nhận thấy kinh nghiệm này bước đầu đã góp phần giúp học sinh học tốt hơn, tự tin hơn, đặc biệt là phát triển tư duy của mình vào giải bài toán về tam giác nhọn có các đường đồng quy nói riêng và môn toán nói chung, các em đã biết được cách trình bày lời giải, qua đó khắc phục được những sai lầm hay mắc phải khi giải dạng toán này, phát triển được sự sáng tạo của các em qua từng dạng, từng bài cụ thể.

Kết quả 2 bài kiểm tra với nội dung về tam giác nhọn có các đường đồng quy trong môn Hình Học lớp 8 sau khi áp dụng sáng kiến:

Lớp	**Số học sinh**	**Bài kiểm tra**	**Giỏi**		**Khá**		**Trung bình**		**Yếu - Kém**	
			SL	**%**	**SL**	**%**	**SL**	**%**	**SL**	**%**
8A	45	Số 1	25	55,56	13	28,89	7	15,55	0	0
		Số 2	27	60,00	16	35,55	4	4,45	0	0

Thông qua kinh nghiệm này, ngoài bản thân tôi thấy vững vàng hơn về chuyên môn, có cách hiểu sâu sắc về dạng toán này mà còn giúp đồng nghiệp của tôi, nhà trường tôi nâng cao được chất lượng giảng dạy bộ môn Toán nói chung và môn Hình học nói riêng.

Trong suy nghĩ chủ quan của cá nhân tôi, tôi đã cố gắng nghiên cứu các tài liệu của bộ môn Toán nói chung và bộ môn Toán 8 nói riêng, nên tôi đã mạnh dạn viết sáng kiến mới này. Trong sáng kiến này tôi đã phát triển được tư duy cho học sinh thông qua bài toán về tam giác nhọn có các đường đồng quy trong môn Hình Học lớp 8.

Tôi xin cam đoan mọi thông tin nêu trong Bản mô tả là trung thực, đúng sự thật, không sao chép, vi phạm bản quyền và hoàn toàn chịu trách nhiệm trước pháp luật./.

XÁC NHẬN CỦA CƠ QUAN/ ĐƠN VỊ ÁP DỤNG SÁNG KIẾN	*Minh Thái, ngày 24 tháng 3 năm 2026*
(ký tên, đóng dấu)	**Tác giả**
	(Ký và ghi rõ họ tên)
HIỆU TRƯỞNG	**PHẠM DŨNG KHUÊ**
Đỗ Thị Châm	

U.B.N.D XÃ MINH THÁI TỈNH NINH BÌNH TRƯỜNG TRUNG HỌC CƠ SỞ TRỰC ĐẠI